

Открытая олимпиада ШЮМ по математике. Март, 2016г.

6 класс

1. Старый гном разложил свои сокровища в 3 разноцветных сундука: в один - драгоценные камни, в другой - золотые монеты, в третий - магические книги. Он помнит, что красный сундук правее, чем драгоценные камни, а магические книги правее, чем красный сундук. В каком сундуке лежат магические книги, если зелёный сундук стоит левее, чем синий?

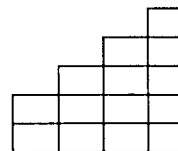
Ответ: магические книги лежат в синем сундуке. Решение: Так как красный сундук правее, чем драгоценные камни, то в нем не драгоценные камни. Так как магические книги правее, чем красный сундук, то в красном сундуке не магические книги. Значит в красном сундуке лежат золотые монеты. Из этих же фраз следует, что драгоценные камни левее магических книг, а по условию зелёный сундук левее синего, значит драгоценные камни лежат в зеленом сундуке, а магические книги – в синем.

2. Коля и Вася живут в одном доме, на каждом этаже которого расположено 4 квартиры. Коля живёт на 5-ом этаже в квартире №83, а Вася – на третьем в квартире №169. Сколько этажей в доме?

Ответ: 8 этажей. Решение: Если сосчитать все лестничные площадки с квартирами, предшествующими квартире №83, то их 20, из них в том же подъезде, где живет Коля – 4 (т.к. он живет на пятом этаже), в предыдущих подъездах 16. Если сосчитать все лестничные площадки с квартирами, предшествующими квартире №169, то их 42, из них в том же подъезде, где живет Вася – 2 (т.к. он живет на третьем этаже), в предыдущих подъездах 40. У чисел 16 и 40 только один общий делитель, не превосходящий 5 (так как в доме не меньше пяти этажей), это 8. Значит в доме 8 этажей.

3. Сколькими способами можно расположить 4 шашки на нарисованной доске так, чтобы никакие 2 шашки не находились в одном ряду или в одной колонке?

Ответ: 16. Решение: На доске 4 колонки, мы размещаем 4 шашки так, чтобы никакие две не находились в одной колонке. Значит в каждой колонке ровно по одной шашке. В первой колонке есть два способа разместить шашку. При любом размещении первой шашки в первой колонке во второй колонке есть два способа разместить вторую шашку (уже занята одна строка из трех). Для размещения двух шашек получили $2 \times 2 = 4$ способа. При любом размещении первых двух шашек есть два способа разместить третью шашку в третьей колонке (заняты две строки из четырех). Для размещения трех шашек получили $2 \times 2 \times 2 = 8$ способов. При любом размещении первых трех шашек есть два способа разместить четвертую шашку (заняты три строки из пяти). Получаем $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ способов размещения шашек.



4. В царской короне есть бриллианты, изумруды, рубины и сапфиры. Известно, что бриллианты составляют одну третью часть всех камней, изумруды – 20% от числа бриллиантов, а рубины три седьмых от числа бриллиантов. Всего камней в короне не более 150. Сколько в короне сапфиров?

Ответ: 48. Решение: Пусть в короне n камней, тогда бриллиантов в ней $\frac{n}{3}$, изумрудов 20% от $\frac{n}{3}$,

то есть $\frac{n}{15}$, рубинов $\frac{3}{7} \cdot \frac{n}{3} = \frac{n}{7}$. Таким образом число камней в короне делится на 7 и на 15, а

значит на 105. Единственное число кратное 105 и меньшее 150- число 105. Итак, в короне 35 бриллиантов, 7 изумрудов, 15 рубинов. Остальные 48 – сапфиры.

5. Из разговора 1 сентября: «Сколько тебе ещё учиться?»

- «Столько, сколько ты уже проучился. А тебе?»

- «В полтора раза больше».

Кто в какой класс перешел? (Разговор проходил в те года, когда в школе учились 10 лет).

Ответ: в 5 и в 7 классы. Решение: Пусть один из них проучился в школе x лет, тогда ему осталось учиться $(10-x)$ лет. Тогда второй проучился $(10-x)$ лет и ему осталось учиться x лет. По условию $1,5x = 10 - x$, откуда $x = 4$. Один проучился 4 года, а второй 6 лет.